EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Vous devez commencer par remplir la partie administrative de votre fiche optique, conformément à *la notice d'utilisation des fiches optiques de QCM* que vous avez téléchargée avec votre convocation.

- L'épreuve de mathématiques est constituée de 8 questions obligatoires et de 4 questions à choisir parmi 8.
- Chaque question comporte cinq propositions : A, B, C, D, E.
- Pour chaque question :
  - ✓ Vous cocher la (ou les) case(s) **V** de la fiche optique correspondant à toute proposition que vous jugez vraie.
  - ✓ Vous cocher la (ou les) case(s) **F** de la fiche optique correspondant à toute proposition que vous jugez fausse.
- Toute case correctement remplie entraîne une bonification.
- Toute erreur est pénalisée.
- **Il est donc préféré une absence de réponse à une réponse inexacte**.
- Seule la fiche optique est ramassée en fin d'épreuve.

LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISEES

Vérifiez que votre épreuve est constituée de 6 pages numérotées de 1 à 6.
Dans le cas contraire, demandez un nouveau sujet.

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
Durée 1h 30

Questions Obligatoires

1.] On considère trois entiers naturels x, y et z. Soit la proposition :

(P) : « si $x = 3$ alors $y = 5$ et $z = 1$ »

Alors :

(A) (P) est équivalente à : « si $y = 5$ et $z = 1$ alors $x = 3$ »
(B) (P) est équivalente à : « si $y \neq 5$ ou $z \neq 1$ alors $x \neq 3$ »
(C) (P) est équivalente à : « si $x \neq 3$ alors $y \neq 5$ ou $z \neq 1$»
(D) La négation de (P) est : « $x = 3$ et $y \neq 5$ et $z \neq 1$»
(E) La négation de (P) est : « si $x = 3$ alors $y \neq 5$ ou $z \neq 1$»

2.] Pour tous entiers naturels strictement positifs n et p, on a :

(A) n^2 est pair si et seulement si n est pair
(B) $(n+p)^2$ est pair si et seulement si $(n-p)^2$ est pair
(C) Si np est impair alors $n+p$ est pair
(D) Si n^2+np+p^2 est pair alors np est pair
(E) Si n^2+np+p^2 est pair alors n et p sont pairs

3.] Pour tous réels non nuls a, b, c et d on a :

(A) Si $a < b$ alors $a^2 < b^2$
(B) Si $|b| > a$ alors $b > a$
(C) Si $a < b$ et $c < d$ alors $ac < bd$
(D) Si $a < 0 < b$ alors $\dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}$
(E) Si $ac < bd$ alors $\dfrac{c}{b} < \dfrac{d}{a}$

4.] Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 4}{x - 1}$.

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

(A) La droite d'équation $x = 1$ est une asymptote verticale de C
(B) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
(C) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$
(D) f est croissante sur $]1, +\infty[$
(E) f est décroissante sur $]-\infty, -1[$

5.]

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x \, dx = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$

(B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \, dx = \frac{5}{4} - \frac{\pi}{8}$

(C) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \, dx = 1 - \frac{\pi}{4}$

(D) $\int_{-1}^{1} \left(x^3 + x\right) dx = 0$

(E) $\int_{-1}^{1} \left(x^4 + x^2\right) dx = 0$

6.] Soit pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = \ln\left(x^2+1\right) + x$ alors :

(A) Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{1}{x^2+1} + 1$

(B) f est croissante sur $\mathbb{R}$

(C) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

(D) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

(E) Il existe un unique a de $\mathbb{R}$ tel que $f(a) = 0$

7.] Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Alors l'expression de f peut être :

(A) $f(x) = |x| + 1$

(B) $f(x) = x\cos^2 x$

(C) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

(D) $f(x) = \ln\left(x^2+1\right) + 1$

(E) $f(x) = e^x - x$

8.] Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, par : $f(x)=x^2e^{-2x}$
Alors :

(A) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
(B) La courbe représentative de f admet une asymptote horizontale
(C) $f'(0)=0$
(D) f est croissante sur $]0,+\infty[$
(E) La courbe représentative de f admet un maximum au point d'abscisse $x=1$

Questions à choisir (4 questions à choisir parmi les suivantes)

9.] Pour toute suite numérique (u_n), on a :

(A) Si pour tout n de $\mathbb{N}$, $0\leqslant u_n\leqslant 3$ alors (u_n) est convergente
(B) Si pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n=3+\dfrac{1}{n+1}$ alors (u_n) est une suite arithmétique
(C) Si pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n=e^{-n}$ alors (u_n) est une suite géométrique
(D) Si (u_n) est une suite géométrique de raison $-\dfrac{1}{2}$ alors (u_n) converge
(E) Si (u_n) est une suite arithmétique de raison $-\dfrac{1}{2}$ alors (u_n) converge

10.] Pour toute suite réelle (u_n) on a :

(A) Si (u_n) n'est pas minorée alors elle est majorée
(B) Si (u_n) prend un nombre fini de valeurs alors elle est convergente
(C) Si (u_n) est positive et strictement croissante alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$
(D) Si (u_n) est bornée alors (u_n) converge
(E) Si (u_n) converge alors (u_n) prend un nombre fini de valeurs

11.] Pour tout nombre complexe z, $\mathrm{Re}(z)$ désignant la partie réelle de z, on a :

(A) $|1+iz|=|1-iz| \Rightarrow z$ réel
(B) $|i+z|=|i-z| \Rightarrow z$ réel
(C) $|z|=|1-z|\Rightarrow \mathrm{Re}(z)=\dfrac{1}{2}$
(D) $|1-z|=1 \Rightarrow z=0$
(E) $|1+z|=|1-z|\Rightarrow \mathrm{Re}(z)=0$

12.] Soit $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$.
Alors :

(A) $|z_1| = |z_2|$
(B) $z_2 = \overline{z_1}$
(C) $(z_1 + z_2)^2$ est un réel positif
(D) $(z_1 - z_2)^2$ est un réel positif
(E) $\arg(z_2) = \frac{\pi}{3} + \arg(z_1) \quad [2\pi]$

13.] Une urne contient les chiffres 1, 2, 3, 4 et 5.
Pour former un nombre de *k* chiffres, on tire **successivement et avec remise** *k* chiffres de l'urne. On désigne, par exemple, par $P(112)$ la probabilité d'obtenir le nombre 112.
Alors :

(A) $P(111) = P(123)$
(B) $P(11) < P(123)$
(C) $P(111) = P(1)^3$
(D) $P(1234) = P(1)P(234)$
(E) $P(1234) = P(12)P(34)$

14.] Une usine fabrique des vis d'un pas de 3 cm de longueur. On note *X* la variable aléatoire ayant pour valeurs les longueurs des pas possibles exprimées en cm, p_i la probabilité qu'une vis ait un pas de longueur x_i, c'est-à-dire $p_i = P(X = x_i)$.
On donne :

x_i	2,8	2,9	3	3,1	3,2
p_i	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$

Alors :

(A) Si on prélève au hasard une vis, $P(X \leqslant 2,9) = \frac{1}{8}$

(B) Si on prélève au hasard une vis, $P(X \geqslant 3) = \frac{7}{8}$

On prélève **successivement et avec remise** 2 vis, la probabilité d'avoir

(C) exactement 2 vis de pas 3 cm est $\frac{9}{16}$

(D) aucune vis de pas 3 cm est $\frac{7}{16}$

(E) au moins une vis de pas égal à 3 cm est $\frac{15}{16}$

15.] Pour tout $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{4}\right[$, on a :

(A) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\sin\theta$

(B) $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$

(C) $\frac{1+\cos 2\theta}{2}=\sin^2\theta$

(D) $\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\sin 2\theta$

(E) $\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\tan 2\theta$

16.] Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=4\sin^2 x-3$.
Alors :

(A) Il suffit d'étudier f sur $[0,\pi]$
(B) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x-\pi)=f(x)$
(C) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x)=-4\sin 2x$
(D) f est décroissante sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$
(E) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x)\leqslant 1$